

उच्च माध्यमिक परीक्षा मॉडल प्रश्न-पत्र 2021
SENIOR SECONDARY EXAMINATION, MODEL QUESTION PAPER-2021
गणित
MATHEMATICS

समय: 3¼ घण्टे

पूर्णांक 80

परीक्षार्थियों के लिए सामान्य निर्देश :-

GENERAL INSTRUCTION TO THE EXAMINEES:

1. परीक्षार्थी सर्वप्रथम अपने प्रश्न पत्र पर नामांक अनिवार्यतः लिखें।

Candidate must write first his/her Roll No. on the question paper compulsorily.

2. सभी प्रश्न करने अनिवार्य है।

All the questions are compulsory.

3. प्रत्येक प्रश्न का उत्तर दी गई उत्तर पुस्तिका में ही लिखें।

Write the answer to each question in the given answer book only.

4. जिन प्रश्नों में आन्तरिक खण्ड है उन सभी के उत्तर एक साथ ही लिखें।

For questions having more than one part the answers to those parts are to be written together in continuity.

5. प्रश्न पत्र के हिन्दी पर अंग्रेजी रूपान्तरण में किसी प्रकार की त्रुटि/ अन्तर/विरोधाभास होने पर हिन्दी भाषा के प्रश्न को सही मानें।

If there is any error/difference/contradiction in Hindi & English version of the question paper, the question of the Hindi version should be treated valid.

6. प्रश्न का उत्तर लिखने से पूर्व प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।

Write down the serial number of the question before attempting it.

7. प्रश्नों का अंकभार निम्नानुसार है।

Weightage of marks for the question is as follows.

खण्ड	प्रश्नों की संख्या	कुल अंक भार	अंक प्रत्येक प्रश्न
खण्ड-अ(A)	1 (i to x), 2 to 11=20	20	1
खण्ड-ब(B)	8	16	2
खण्ड-स(C)	4	16	4
खण्ड-द(D)	2	10	5
खण्ड-य(E)	3	18	6

7. प्रश्न संख्या 20 से 28 में आन्तरिक विकल्प दिये गये हैं।

खण्ड – अ

Section - A

1. (i) $\cot(\tan^{-1} \alpha + \cot^{-1} \alpha)$ का मान है।

(अ) 1 (ब) ∞ (स) 0 (द) इनमें से कोई नहीं

1

$\cot(\tan^{-1} \alpha + \cot^{-1} \alpha)$ is

(A) 1 (B) ∞ (C) 0 (D) None of above

(ii) यदि आव्यूह $A = (a_{ij})_{2 \times 4}$ हो तो A में अवयवों की संख्या होगी ?—

(अ) 6 (ब) 8 (स) 2 (द) इनमें से कोई नहीं

1

Number of element in a matrix $A = (a_{ij})_{2 \times 4}$ is

(A) 6 (B) 8 (C) 2 (D) None of above

(iii) यदि सारणिक $\begin{vmatrix} K & 8 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 4$ हो तो K का मान होगा?

(अ) 4 (ब) 5 (स) 6 (द) इनमें से कोई नहीं

1

If $\begin{vmatrix} K & 8 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 4$ then the value of K is

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) None of above

(iv) आव्यूह A अव्युत्क्रमणीय आव्यूह कहलाता है यदि

(अ) $|A|=0$ (ब) $|A|=1$ (स) $|A|=-1$ (द) इनमें से कोई नहीं

1

Matrix A is called Non-Singular if

(A) $|A|=0$ (B) $|A|=1$ (C) $|A|=-1$ (D) None of above

(v) फलन $y = \cos(\sqrt{x})$ का x के सापेक्ष अवकलन होगा?

(अ) $\frac{\sin \sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$ (ब) $-\frac{\sin \sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$ (स) $-2\sqrt{x} \cdot \sin \sqrt{x}$ (द) $2\sqrt{x} \cdot \sin \sqrt{x}$

1

The Differentiation of $y = \cos(\sqrt{x})$ w.r. to x will be

(A) $\frac{\sin \sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$ (B) $-\frac{\sin \sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$ (C) $-2\sqrt{x} \cdot \sin \sqrt{x}$ (D) $2\sqrt{x} \cdot \sin \sqrt{x}$

(vi) वक्र $y = x^3 - x$, बिन्दु $x = 2$ पर स्पर्श रेखा की प्रवणता होगी?

(अ) 6 (ब) 9 (स) 11 (द) 13

1

The gradient of a tangent $x = 2$ to the curve $y = x^3 - x$ will be

(A) 6 (B) 9 (C) 11 (D) 13

(vii) $\int \log x \, dx$ बराबर हैं -

(अ) $x \log(xe) + c$ (ब) $x \log x + c$ (स) $x \log\left(\frac{x}{e}\right) + c$ (द) $\log\left(\frac{x}{e}\right) + c$

1

$\int \log x \, dx$ is equal to -

(A) $x \log(xe) + c$ (B) $x \log x + c$ (C) $x \log\left(\frac{x}{e}\right) + c$ (D) $\log\left(\frac{x}{e}\right) + c$

(viii) अवकल समीकरण $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dx}\right) = 0$ की कोटि तथा घात क्रमशः होगी?

(अ) 1, 2 (ब) 2, 2 (स) 2, 1 (द) 1, 1

1

The order and degree of differential equation $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dx}\right) = 0$ will be

1, 2 (B) 2, 2 (C) 2, 1 (D) 1, 1

(ix) सदिश $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ का परिमाण $|\vec{a}|$ होगा?

(अ) $\sqrt{3}$ (ब) 3 (स) 1 (द) इनमें से कोई नहीं

1

Magnitude $|\vec{a}|$ of a vector $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ is

(A) $\sqrt{3}$ (B) 3 (C) 1 (D) None of above

(x) यदि A और B स्वतंत्र घटनाएं हैं जहां $P(A)=0.3$, $P(B)=0.6$ तब $P(A \cap B)$ बराबर होगा?

- (अ) $\frac{1}{2}$ (ब) 2 (स) 1.8 (द) 0.18 1

If A and B are independent events and $P(A)=0.3$, $P(B)=0.6$ then $P(A \cap B)$ equal to

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) 2 (C) 1.8 (D) 0.18

2. एक 4×4 क्रम का इकाई आव्यूह लिखिए। 1

Write down the unit matrix of order 4×4 .

3. सारणिक $\begin{vmatrix} 5 & 20 \\ 3 & -1 \end{vmatrix}$ में अवयव 5 का उपसारणिक लिखिए। 1

Write the Minors of element 5 in the determinant $\begin{vmatrix} 5 & 20 \\ 3 & -1 \end{vmatrix}$.

4. यदि बिन्दु $A(x, -2)$, $B(5, 2)$, $C(8, 8)$ संरेख हो तो का x मान लिखिए। 1

If points $A(x, -2)$, $B(5, 2)$, $C(8, 8)$ are collinear, then find the value of x .

5. फलन $y = \sin x^0$ का x के सापेक्ष अवकलन करने पर $\frac{dy}{dx}$ का मान लिखिए। 1

Differentiate $y = \sin x^0$ w. r. of x and find the value of $\frac{dy}{dx}$.

6. $\int \frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x} dx$ का मान लिखिए। 1

Evaluate : $\int \frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x} dx$

7. वृत्त $x^2 + y^2 = a^2$ का क्षेत्रफल लिखिए। 1

Find the area enclosed by circle $x^2 + y^2 = a^2$.

8. $(2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}) \cdot (3\hat{i} + 4\hat{j} - 4\hat{k})$ का मान लिखिए। 1

Find the value : $(2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}) \cdot (3\hat{i} + 4\hat{j} - 4\hat{k})$

9. यदि एक रेखा के दिक् अनुपात 2, -1, -2 हो तो इसकी दिक् कोज्याएं होगी? 1

If Direction Ratio of a line 2, -1, -2. Then what will the Direction cosine

10. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \sin x - x$ को हल करने पर $y = \dots\dots\dots$ होगा? 1

Find the value of $y = \dots\dots\dots$ if differential equation $\frac{dy}{dx} = \sin x - x$ is given.

11. $\int \frac{1}{(a^2 + x^2)} = \dots\dots\dots + c$ होगा? 1

$$\int \frac{1}{(a^2 + x^2)} = \dots\dots\dots$$

खण्ड – ब

Section - B

12. $2 \tan(\tan^{-1} x + \tan^{-1} x^3)$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

Find the value of $2 \tan(\tan^{-1} x + \tan^{-1} x^3)$

13. यदि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 7 \end{bmatrix}$ हो तो $3A^2 - 2B$ का मान ज्ञात करो। 2

If $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 7 \end{bmatrix}$ then find the value of $3A^2 - 2B$.

14. यदि सारणिक $A = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 4 & -1 & 2 \\ 3 & 5 & 2 \end{vmatrix}$ हो तो प्रथम स्तम्भ के अवयवों की उपसारणिक एवं सहखण्ड लिखिए। 2

Evaluate the determinant $A = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 4 & -1 & 2 \\ 3 & 5 & 2 \end{vmatrix}$ and write the minors and cofactors of elements of first column.

15. फलन $f(x) = x - [x]$ की $x = 3$ पर संततता का परीक्षण कीजिए। 2

Examine the continuity of $f(x) = x - [x]$ at $x = 3$.

16. $\int \cos^3 x \cdot dx$ ज्ञात कीजिए। 2

Evaluate $\int \cos^3 x \cdot dx$.

17. अवकल समीकरण $(1 + x^2)dy = (1 + y^2)dx$ को हल कीजिए। 2

Solve the differential equation $(1+x^2)dy=(1+y^2)dx$

18. बिन्दु $(5, 2, -4)$ से जाने वाली तथा सदिश $3\hat{i}+2\hat{j}-8\hat{k}$ के समान्तर रेखा का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए। 2

Find the vector equation of the line passing through the point $(5, 2, -4)$ and parallel to the vector $3\hat{i}+2\hat{j}-8\hat{k}$.

19. यदि $P(A)=\frac{6}{11}$, $P(B)=\frac{5}{11}$ और $P(A\cup B)=\frac{7}{11}$ हो तो ज्ञात कीजिए।

(i) $P(A\cap B)$ (ii) $P\left(\frac{A}{B}\right)$ 2

If $P(A)=\frac{6}{11}$, $P(B)=\frac{5}{11}$ and $P(A\cup B)=\frac{7}{11}$ then find

(i) $P(A\cap B)$ (ii) $P\left(\frac{A}{B}\right)$

खण्ड – स

Section - C

20. निम्न त्रिकोणमितीय समीकरण को हल कीजिए –

$$\sin^{-1} x + \sin^{-1} 2x = \frac{\pi}{3} \quad 4$$

या

यदि $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y + \tan^{-1} z = \frac{\pi}{2}$ हो तो

सिद्ध कीजिए कि $xy + yz + zx = 1$

Solve the following equation :

$$\sin^{-1} x + \sin^{-1} 2x = \frac{\pi}{3}$$

or

If $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y + \tan^{-1} z = \frac{\pi}{2}$, then prove that $xy + yz + zx = 1$

21. वह अन्तराल ज्ञात कीजिए, जिसमें फलन $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 7$

(i) वर्धमान हैं। (ii) ह्रासमान हैं।

या

वक्र $y = x^2 - 2x + 7$ की स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो रेखा $2x - y + 9 = 0$ के समान्तर हैं।

Find the intervals in which the function $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 7$

(i) Increasing (ii) Decreasing

or

Find the equation of the tangent to curve $y = x^2 - 2x + 7$. Which is parallel to the line $2x - y + 9 = 0$.

22. सदिशों $4\hat{i} - j + 3k$ तथा $-2\hat{i} + j - 2k$ के लम्बवत 9 इकाई परिमाण वाला सदिश ज्ञात कीजिए।

4

या

बिन्दुओं $P(\hat{i} + 2j - k)$ और $Q(-\hat{i} + j + k)$ को मिलाने वाली रेखा को 2 : 1 के अनुपात में अन्त विभाजित करने वाले बिन्दु R का स्थिति सदिश ज्ञात कीजिए।

Find the vector with magnitude 9 units which is perpendicular to the vector $4\hat{i} - j + 3k$ and $-2\hat{i} + j - 2k$.

or

Find the position vector of a point R which divides the line joining two points P and Q whose position vectors are $P(\hat{i} + 2j - k)$ and $Q(-\hat{i} + j + k)$ respectively in the ratio 2 : 1 internally.

23. रेखा $2x + y = 4$, x -अक्ष एवं कोटियों $x = 0$ एवं $x = 3$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

4

या

यदि $y = \sqrt{\log x + \sqrt{\log x + \sqrt{\log x + \dots \infty}}}$ हो तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

Find the area bounded by line $2x + y = 4$, x -axis and ordinates $x = 0$ and $x = 3$.

or

Find $\frac{dy}{dx}$:

$$y = \sqrt{\log x + \sqrt{\log x + \sqrt{\log x + \dots \infty}}}$$

खण्ड – द

Section - D

24. आव्यूह सिद्धांत का प्रयोग कर निम्नलिखित रैखिक समीकरण निकाय को हल कीजिए।

$$\begin{aligned} 3x + y + z &= 3 \\ 2x - y - z &= 2 \\ -x + y + z &= 1 \end{aligned}$$

5

या

यदि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ हो तो सिद्ध कीजिए कि $A^2 - 4A + I = O$

जहां $O = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ एवं $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ तथा भी ज्ञात कीजिए।

Solve the following system of equations using the matrix method.

$$\begin{aligned} 3x + y + z &= 3 \\ 2x - y - z &= 2 \\ -x + y + z &= 1 \end{aligned}$$

or

If matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ then prove that $A^2 - 4A + I = O$

25. एक विशेष समस्या को A और B द्वारा स्वतंत्र रूप से हल करने की प्रायिकताएं क्रमशः $\frac{1}{2}$ व $\frac{1}{3}$ हैं। यदि दोनों स्वतंत्र रूप से समस्या को हल करने का प्रयास करते हैं तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि

(i) समस्या हल हो जाती हैं।

(ii) उनमें से तथ्यतः कोई एक समस्या हल कर लेता है।

5

या

एक सिक्के को इस प्रकार अभिनत किया गया है कि सिक्के पर चित आने की संभावना पट आने की अपेक्षा तीन गुना है। यदि सिक्के को दो बार उछाला जाता हो तो पटों की संख्या के लिए प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए।

Probability of solving specific problem independently by A and B are $\frac{1}{2}$ and $\frac{1}{3}$ respectively. If both try to solve the problem independently. Find the probability that

(i) The problem is solved

(ii) Exactly one of them solves the problem.

or

A coin is biased, so that the head is 3 times as likely to occur as tail. If the coin is tossed twice, find the probability distribution of number of tails.

खण्ड – य

Section - E

26. सिद्ध कीजिए – $\int_0^{\pi/4} \log_e (1 + \tan x) dx = \frac{\pi}{8} \log_e 2$

6

या

$\int \log \left[x + \sqrt{x^2 + a^2} \right] dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

या

सिद्ध कीजिए कि फलन $y = \sin^p \theta \cdot \cos^q \theta$ का मान $\tan \theta = \sqrt{\frac{p}{q}}$ पर उच्चिष्ठ हैं।

Prove that : $\int_0^{\pi/4} \log_e (1 + \tan x) dx = \frac{\pi}{8} \log_e 2$

or

Evaluate : $\int \log \left[x + \sqrt{x^2 + a^2} \right] dx$.

or

Prove that function $y = \sin^p \theta \cdot \cos^q \theta$ has maximum value at $\tan \theta = \sqrt{\frac{p}{q}}$

27. हल कीजिए $\frac{dy}{dx} = (4x + y + 1)^2$

6

या

हल कीजिए $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \tan\left(\frac{y}{x}\right)$

या

यदि $y = \sec x + \tan x$, तब सिद्ध कीजिए कि $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\cos x}{(1 - \sin x)^2}$

Solve : $\frac{dy}{dx} = (4x + y + 1)^2$

or

Solve : $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \tan\left(\frac{y}{x}\right)$

or

If $y = \sec x + \tan x$, then prove that $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\cos x}{(1 - \sin x)^2}$

28. रेखाओं $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ और $\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$ के मध्य की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

6

या

सिद्ध कीजिए कि रेखाएं $\frac{x-4}{1} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z+1}{7}$ और $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+10}{8}$ प्रतिच्छेद करती हैं। इनके प्रतिच्छेद बिन्दु के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए।

या

बिन्दु (1, 2, 3) से रेखा $\frac{x-6}{3} = \frac{y-7}{2} = \frac{z-7}{-2}$ पर डाले गए लम्ब की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

Find the shortest distance between the lines whose vector equations are

$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ and $\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$.

or

Prove that the lines $\frac{x-4}{1} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z+1}{7}$ and $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+10}{8}$ intersect each other. Find the Co-ordinates of their intersecting points.

or

Find the length of perpendicular drawn from point the (1, 2, 3) on the line

$$\frac{x-6}{3} = \frac{y-7}{2} = \frac{z-7}{-2}$$

